

Examenul de bacalaureat național 2020
Proba E. c)

Matematică $M_{\text{mate-info}}$

Test 13

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Határozd meg a $(b_n)_{n \geq 1}$ mértani haladvány állandó hányadosát tudva, hogy $b_1 = 2$ és $b_3 - 4b_2 = -8$.
- 5p 2. Adott az $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x + m$ függvény, ahol m valós szám. Határozd meg m értékét tudva, hogy az $A(f(1), 1)$ pont rajta van az f függvény grafikus képén.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $\frac{x^2 - 1}{\sqrt{x - 1}} = \sqrt{x + 1}$ egyenletet.
- 5p 4. Határozd meg azoknak a háromjegyű természetes számoknak a számát, amelyekben a tízesek helyén álló számjegy négyzete egyenlő az egyesek és a százask helyén álló számjegyek különbségével.
- 5p 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(0, 1)$ és $H(3, 2)$ pontok. Tudva, hogy H az ABC háromszög ortocentruma, határozd meg a BC egyenes irányítányezőjét.
- 5p 6. Határozd meg $x \in (0, \pi)$ értékét tudva, hogy $\sin x - \cos x = \sqrt{2}$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $A(m) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & m^2 & 1 \\ m+1 & (m+1)^2 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol m valós szám.

- 5p a) Igazold, hogy $\det(A(0)) = 0$.
- 5p b) Határozd meg az m azon valós értékeit, melyekre az $A(m)$ mátrix invertálható.
- 5p c) Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(1, 1)$, $B(m, m^2)$ és $C(m+1, (m+1)^2)$ nem kollineáris pontok, ahol m valós szám. Határozd meg az m valós értékeit tudva, hogy az ABC háromszög területe 1.
2. A $G = (0, +\infty)$ halmazon értelmezett az $x * y = 2^{\ln x \cdot \ln y}$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $x * 1 = 1$, bármely $x \in G$ esetén.
- 5p b) Határozd meg $f \in G$ tudva, hogy f a „ $*$ ” művelet semleges eleme.
- 5p c) Határozd meg $x \in G$, melyre $x * \frac{1}{x} = \frac{1}{2}$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: (0; +\infty) \rightarrow R$, $f(x) = x - \ln(e^x + x - 1)$ függvény.

- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{x-2}{e^x + x - 1}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Igazold, hogy az $y = 0$ egyenletű egyenes az f függvény grafikus képének a $+\infty$ -be nyúló ágához húzott vízszintes aszimptotája.
- 5p c) Határozd meg a függvény képét.

2. Adott az $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$ függvény.

5p a) Igazold, hogy $\int_0^1 f(x) dx = 1 + \ln(1 + \sqrt{2})$.

5p b) Számítsd ki $\int_{-1}^1 |x f(x)| dx$.

5p c) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \int_0^x f(t) dt = 2$.