

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_pedagogic*

Test 15

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) - (\sqrt{2} - 1)^2 - (2\sqrt{2} - 3) = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 5$ függvény. Oldd meg a valós számok halmazán az $f(x) \leq 2$ egyenlőtlenséget!
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\log_4(x^3 + 1) = \log_4 9$ egyenletet!
- 5p 4. Hány olyan háromjegyű szám képezhető az $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ halmaz elemeinek segítségével, amelynek minden számjegye különböző?
- 5p 5. Adott az $A(6, 4)$ és $B(-6, 4)$ pont az xOy koordináta-rendszerben. Határozd meg az OM szakasz felezőpontjának koordinátáit, ha M az AB szakasz felezőpontja!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC , A -ban derékszögű háromszög BC oldalának hosszát, ha $AB = 7$ és $m(\widehat{B}) = 60^\circ$.

II. FELADATSOR

(30 punct)

- A valós számok halmazán értelmezett a következő asszociatív művelet: $x * y = xy - 4(x + y) + 20$.
- 5p 1. Igazold, hogy $4 * 2020 = 4$.
- 5p 2. Bizonyítsd be, hogy $x * y = (x - 4)(y - 4) + 4$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p 3. Határozd meg mindazon x valós számok halmazát, amelyekre $x * x \leq 5$.
- 5p 4. Igazold, hogy $e = 5$ semleges elem a „ $*$ ” műveletre nézve!
- 5p 5. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre igaz, hogy $4^x * x = 4$.
- 5p 6. Igazold, hogy $1 * 2 * 3 * 4 * \dots * 2020 = 4$.

III. FELADATSOR

(30 punct)

- Adott az $M(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ 2x & x+1 \end{pmatrix}$ mátrix, ahol x egy valós szám.
- 5p 1. Igazold, hogy $\det(M(2)) = -5$.
- 5p 2. Bizonyítsd be, hogy $M(x) + M(x+2) = 2M(x+1)$, bármely x valós szám esetén!
- 5p 3. Határozd meg azokat az x valós számokat, amelyekre $\det(M(x)) = 0$.
- 5p 4. Igazold, hogy $M(x) \cdot M(y) = M(y) \cdot M(x)$, bármely x és y valós számok esetén!
- 5p 5. Határozd meg az x valós számot, ha $M(x) \cdot M(-x) = M(0)$.
- 5p 6. Határozd meg a nullától különböző n természetes számot, ha mindazon x egész számok összege, amelyekre teljesül a $\det(nM(x) - xM(n)) \leq n^2$ egyenlőtlenség, egyenlő 36-tal.