

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

Test 13

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p 1. Igazold, hogy $\sqrt{16} - \sqrt{32} + \sqrt{18} + \sqrt{2} - 2^2 = 0$.
- 5p 2. Adott az $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^2 + a^2$ függvény, ahol a egy valós szám. Határozd meg az a valós értékét, melyre $f(1) = 2$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán az $3^{3x+1} = 3^4$ egyenletet.
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy tetszőlegesen kiválasztva egy számot az egyjegyű természetes számok halmazából, az páratlan legyen.
- 5p 5. Az xOy koordináta rendszerben adottak az $A(3,1)$ és $B(3,7)$ pontok. Határozd meg a B pont A szerinti szimmetrikusának a koordinátáit.
- 5p 6. Ha $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ és $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ igazold, hogy $\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x = 0$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrixok és $M(x) = B + xI_2$, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det A = -5$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot M(x) = M(x) \cdot A$, bármely x valós szám esetén.
- 5p c) Határozd meg az x valós értékét, melyre $A \cdot A - 3(A + M(x)) = I_2$.
2. A valós számok halmazán értelmezzük az $x * y = \frac{1}{3}xy + x + y$ műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy $2020 * (-3) = -3$.
- 5p b) Határozd meg az x valós számot, melyre $(6 * x) * 6 = 6$.
- 5p c) Határozd meg azokat az x nullától különböző valós számokat, melyekre $x * \frac{1}{x} = -3$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Adott az $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x(x^2 - 3) + 3$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = 3(x-1)(x+1)$, $x \in R$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x) - x^3}{x+1} = -3$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $x=0$ abszcisszájú pontban húzott érintő egyenletét.
2. Adott az $f: R \rightarrow R$, $f(x) = x^4 + x + e^x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - x - e^x) dx = \frac{2}{5}$.
- 5p b) Igazold, hogy $\int_1^e (f(x) - x^4 - e^x) \ln x dx = \frac{e^2 + 1}{4}$.
- 5p c) Határozd meg az a valós számot, melyre $\int_0^a f(x) dx = \frac{5a^2 + 54}{10} + e^a$.