

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică $M_{tehnologic}$

Test 15

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. FELADATSOR

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy $\left(1 - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5}\right) : \frac{17}{60} = 1$.
- 5p 2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 1$ függvény. Számítsd ki: $f(0) \cdot f(1) \cdot f(2) \cdot f(3) \cdot f(4) \cdot f(5)$.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{4x-3} = 5$ egyenletet!
- 5p 4. Mennyivel egyenlő annak a valószínűsége, hogy az $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ halmazból véletlenszerűen kiválasztott x elem kielégítse az $x^2 - 2x \leq 0$ egyenlőtlenséget?
- 5p 5. Adott az $A(0,6)$ és $B(6,0)$ pont az xOy derékszögű koordináta-rendszerben. Igazold, hogy az AOB háromszög egyenlő szárú!
- 5p 6. Számítsd ki az ABC , A -ban derékszögű háromszög területét, ha $AB = 6$ és $AC = 8$.

II. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adottak az $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $B(x) = \begin{pmatrix} -1 & x \\ x-1 & -1 \end{pmatrix}$ mátrixok, ahol x egy valós szám.
- 5p a) Igazold, hogy $\det(B(1)) = 1$.
- 5p b) Igazold, hogy $A \cdot A - 2A = I_2$.
- 5p c) Határozd meg az x valós számot, ha $A \cdot B(x) = I_2$.
- 2) A valós számok halmazán értelmezett az $x * y = xy + x + y - 2$ művelet.
- 5p a) Igazold, hogy $(-1) * 2020 = -3$.
- 5p b) Határozd meg az összes olyan x valós számot, amelyre teljesül az $x * (2x) = 3$ egyenlőség!
- 5p c) Határozd meg az összes olyan (m, n) természetes számpárt, amely teljesíti az $m * n = -1$ feltételt!

III. FELADATSOR

(30 pont)

1. Adott az $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 5x + \ln x$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $f'(x) = \frac{(x-1)(4x-1)}{x}$, $x \in (0, +\infty)$.
- 5p b) Igazold, hogy $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{f(x)} = 0$.
- 5p c) Határozd meg az f függvény grafikus képéhez, a grafikus kép $x=1$ abszcisszájú pontjában húzott érintő egyenletét!
2. Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + x^2 + x + 1$ függvény.
- 5p a) Igazold, hogy $\int_{-1}^1 (f(x) - x^2 - x - 1) dx = 0$.
- 5p b) Igazold, hogy az $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x$ függvény az f egy primitív függvénye!
- 5p c) Határozd meg mindazon a valós számokat, amelyekre $\int_1^2 \frac{f(x)}{x^2+1} \cdot e^x dx = (ae)^2 - e$.